

第一讲习题作业

《工程电磁场（第2版）》教材习题1

1-5 设 $u(M) = 3x^2 + z^2 - 2yz + 2xz$ ，求： $u(M)$ 在点 $M_0(1.0, 2.0, 3.0)$ 处沿矢量 $l = yxe_x + zxe_y + xye_z$ 方向的方向导数。

(1-5 参考答案 $14/\sqrt{17}$)

1-8 求下列标量场的 ∇u

1) $u = 2xy$; 2) $u = x^2 + y^2$; 3) $u = e^x \sin y$;

4) $u = x^2 y^3 z^4$; 5) $u = 3x^2 - 2y^2 + 3z^2$

(1-8 参考答案 1) $2ye_x + 2xe_y$ 2) $2xe_x + 2ye_y$ 3) $e^x \sin ye_x + e^x \cos ye_y$)

1-11 设 $\mathbf{r} = xe_x + ye_y + ze_z$, $r = |\mathbf{r}|$, n 为正整数,

1) 求 $\nabla r^2, \nabla r^n, \nabla f(r)$

2) 证明 $\nabla (\mathbf{a} \cdot \mathbf{r}) = \mathbf{a}$, (\mathbf{a} 是常矢量)

(1-11 参考答案 1) $2\mathbf{r}$; $nr^{n-2}\mathbf{r}$; $f'(r)\mathbf{r}/r$)

1-15 求矢量场 \mathbf{A} 从内穿出所给闭曲面 S 的通量:

1) $\mathbf{A} = x^3\mathbf{e}_x + y^3\mathbf{e}_y + z^3\mathbf{e}_z$, S 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

2) $\mathbf{A} = (x - y + z)\mathbf{e}_x + (y - z + x)\mathbf{e}_y + (z - x + y)\mathbf{e}_z$, S 为椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 。

(1-15 参考答案 1) $12\pi a^5/5$ 2) $4\pi abc$)

1-17 求 $\text{div}\mathbf{A}$ 在给定点处的值:

1) $\mathbf{A} = x^3\mathbf{e}_x + y^3\mathbf{e}_y + z^3\mathbf{e}_z$ 在 $M(1.0, 0.0, -1.0)$ 处;

2) $\mathbf{A} = 4xe_x - 2xye_y + z^2e_z$, 在 $M(1.0, 1.0, 3.0)$ 处;

3) $\mathbf{A} = xyz\mathbf{r}$ ($\mathbf{r} = xe_x + ye_y + ze_z$) 在 $M(1.0, 3.0, 2.0)$ 处。

(1-17 参考答案 1) 6 2) 8 3) 36)

1-18 求标量场 $u = x^3y^4z^2$ 的梯度场的散度。

(1-18 参考答案 $2xy^2(3y^2z^2 + 6x^2z^2 + x^2y^2)$)

1-23 设矢量场 $\mathbf{A} = (x+y)\mathbf{e}_x + (y-x)\mathbf{e}_y$, 求该矢量场沿椭圆周 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与 z 轴成右手关系方向的环量。

(1-23 参考答案 $-2\pi ab$)

1-24 求下列空间矢量场的旋度:

1) $\mathbf{A} = (2z-3y)\mathbf{e}_x + (3x-z)\mathbf{e}_y + (y-2x)\mathbf{e}_z$

2) $\mathbf{A} = (3x^2-2yz)\mathbf{e}_x + (y^3+yz^2)\mathbf{e}_y + (xyz-3xz^2)\mathbf{e}_z$

(1-24 参考答案 1) $2\mathbf{e}_x + 4\mathbf{e}_y + 6\mathbf{e}_z$ 2) $(xz-2yz)\mathbf{e}_x + (-2y-yz+3z^2)\mathbf{e}_y + 2z\mathbf{e}_z$)

1-25 试证明矢量恒等式 $\nabla \times (\nabla u) = 0$ 和 $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$ 。

(1-25 参考答案 略; 提示: 直接在直角坐标系展开)